

Символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух различных вариантах:

- с помощью команд меню;
- с помощью оператора символьного вывода  $\rightarrow$ , ключевых слов символьного процессора и обычных формул (в справочной системе Mathcad этот способ называется символьными вычислениями в реальном времени – **live symbolic evaluation**).

Первый способ более удобен, когда требуется быстро получить какой-либо аналитический результат для однократного использования, не сохраняя сам ход вычислений. Второй способ более нагляден, т. к. позволяет записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах Mathcad.

В символьных вычислениях допускается использование большинства встроенных функций Mathcad.

Для символьных вычислений при помощи команд предназначено главное меню **Symbolics** (Символика), объединяющее математические операции, которые Mathcad умеет выполнять аналитически (рис.1). Для реализации второго способа применяются все средства Mathcad, пригодные для численных вычислений (например, панели **Calculator**, **Evaluation** и т. д.), и специальная математическая панель инструментов, которую можно вызвать на экран нажатием кнопки **Symbolic Keyword Toolbar** (Панель символики) на панели **Math**. На панели **Symbolic** (Символические) находятся кнопки, соответствующие специфическим командам символьных преобразований (рис 2) Например, таким, как разложение выражения на множители, расчет преобразования Лапласа и другим операциям, которые в Mathcad нельзя проводить численно и для которых, соответственно, не предусмотрены встроенные функции.

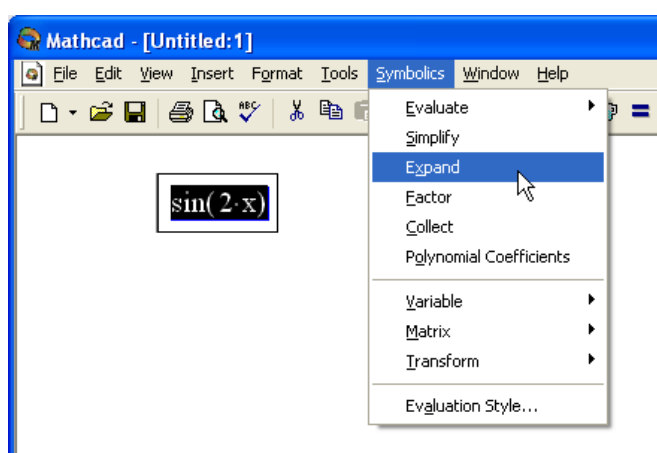


Рис. 5.1. Меню Symbolics

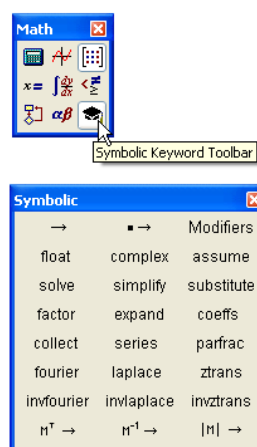


Рис. 5.2. Панель Symbolic

Рассмотрим оба типа символьных вычислений на простом примере разложения на сомножители выражения  $\sin(2x)$

Первый способ (с помощью меню).

- Введите выражение  $\sin(2x)$ .
- Выделите его целиком (см. рис. 1).
- Выберите в главном меню пункты **Symbolics**  $\rightarrow$  **Expand** (Символика  $\rightarrow$  Разложить).

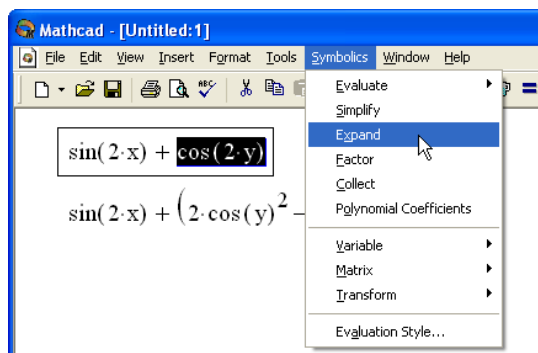
После этого результат разложения выражения появится чуть ниже в виде еще одной строки (рис. 3).

$$\sin(2 \cdot x)$$

$$2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Рис. 5.3. Результат применения команды меню Symbolics / Expand

Символьные операции с помощью меню возможны лишь над каким-либо объектом (выражением, его частью или отдельной переменной). Для того чтобы правильно осуществить желаемое аналитическое преобразование, предварительно необходимо выделить тот объект, к которому оно будет относиться. Если же выделить часть формулы, как показано на рис 4, то соответствующее преобразование будет отнесено к выделенной части (нижняя строка на этом рисунке).



**Рис. 4.** Символьное разложение части выражения и его результат  
Второй способ символьных преобразований (с помощью оператора  $\rightarrow$ ).

- Введите выражение  $\sin(2-x)$ .
- Нажмите кнопку **Expand** (Разложить) на панели **Symbolic**.

$$\sin(2-x) \text{ expand, } x \rightarrow$$

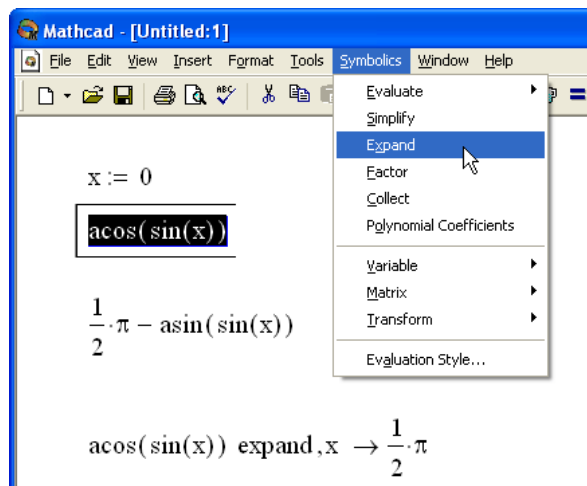
$$\sin(2-x) \text{ expand, } x \rightarrow 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

**Рис. 5.** Символьное разложение выражения

- Введите в местозаполнитель после появившегося ключевого слова **expand** (рис. 5, сверху) имя переменной  $x$  либо нажмите клавишу **Del**, чтобы просто удалить местозаполнитель.
- Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .
- Нажмите клавишу **Enter** либо просто щелкните мышью за пределами выражения.

Оператор символьного вывода, как Вы помните, можно ввести в редакторе Mathcad несколькими способами: нажатием кнопки  $\rightarrow$  на любой из панелей **Evaluation** (Выражения) или **Symbolic** (Символика) либо сочетанием клавиш **CTRL** +  $\rightarrow$ . Результат символьного разложения выражения показан на рис 5, внизу.

Если символьные вычисления осуществляются вторым способом, символьный процессор учитывает все формулы, предварительно введенные в документе (рис. 6, внизу). Но если те же преобразования выполняются при помощи меню, символьный процессор "не видит" ничего, кроме одной формулы, и воспринимает все ее переменные аналитически, даже если им предварительно были присвоены какие-то значения (рис. 6, сверху). По этой причине, например, символьным преобразованиям через меню недоступны предварительные определения функций пользователя.



**Рис. 5.** Различие в символьных вычислениях при помощи меню (сверху) и оператора  $\rightarrow$  (снизу)

Если Вы можете выбрать способ символьных вычислений, рекомендуем второй путь – с помощью оператора  $\rightarrow$ , поскольку при этом в документе сохраняются действия пользователя.

Не всякое выражение поддается аналитическим преобразованиям. Если это так (либо в силу того, что задача вовсе не имеет аналитического решения, либо она оказывается слишком сложной для символьного процессора Mathcad), то в качестве результата выводится само выражение (листинг 1. внизу).

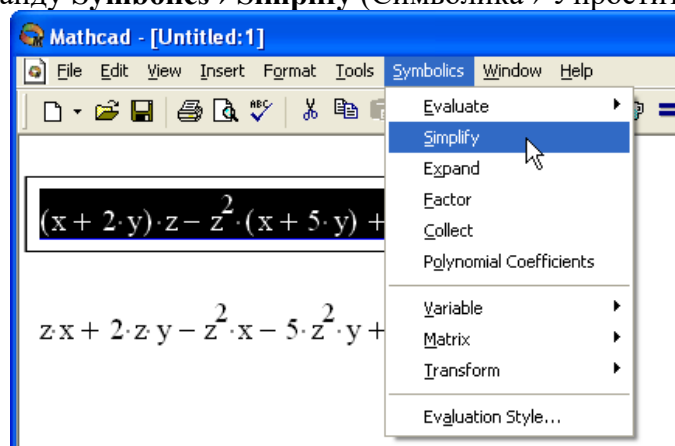
**Листинг 1.** Символьные преобразования:

$$\cos(2 \cdot x) \text{ expand, } x \rightarrow 2 \cdot \cos(x)^2 - 1$$

$$\cos(x) \text{ expand, } x \rightarrow \cos(x)$$

Упрощение выражений (**Simplify**) – наиболее часто применяемая операция. Символьный процессор Mathcad стремится так преобразовать выражение, чтобы оно приобрело более простую форму. При этом используются различные арифметические формулы, приведение подобных слагаемых, тригонометрические тождества, пересчет обратных функций и др. Чтобы упростить выражение с помощью меню (рис. 7):

- Введите выражение.
- Выделите выражение целиком или его часть, которую нужно упростить.
- Выберите команду **Symbolics > Simplify** (Символика > Упростить).



**Рис. 7.** Упрощение выражения

Для упрощения выражения при помощи оператора символьного вывода используйте ключевое слово **simplify** (листинг 2). Не забывайте, если некоторым переменным,

входящим в выражение, ранее были присвоены некоторые значения, то они будут подставлены в него при выполнении символьного вывода (листинг 3).

**Листинг 2.** Упрощение выражения:

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow z \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - z^2 \cdot x - 5 \cdot z^2 \cdot y + z$$

**Листинг 3.** Упрощение выражения с подстановкой значения переменных:

$$x := 10 \quad y := 1$$

$$(x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ simplify} \rightarrow 13 \cdot z - 15 \cdot z^2$$

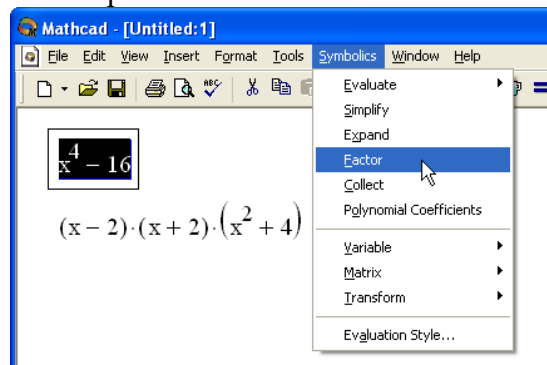
Упрощение выражений, содержащих числа, производится по-разному, в зависимости от наличия в числах десятичной точки. Если она есть, то выполняется непосредственное вычисление выражения (листинг 4).

**Листинг 4.** Упрощение выражения с числами:

$$\sqrt{3} \text{ simplify} \rightarrow \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3.01} \text{ simplify} \rightarrow 1.7349351572897472412$$

Разложение выражений на простые множители (**Factor**) производится при помощи команды **Symbolics** > **Factor** (Символика > Разложить на множители) (рис. 8) либо использованием вместе с оператором символьного вывода ключевого слова factor (листинг 5). Эта операция позволяет разложить полиномы на произведение более простых полиномов, а целые числа – на простые сомножители.



**Рис. 8.** Разложение выражения на множители

**Листинг 5.** Примеры разложения на множители:

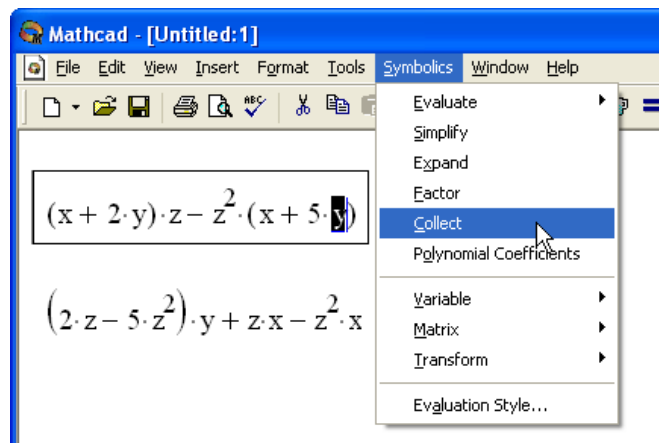
$$x^4 - 16 \text{ factor} \rightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 4)$$

$$28 \text{ factor} \rightarrow 2^2 \cdot 7$$

Чтобы привести подобные слагаемые полинома (**Collect**) с помощью меню (рис. 9):

- Введите выражение.
- Выделите в выражении имя переменной, относительно которой надо привести подобные слагаемые (в примере на рис. 9 это переменная Y).
- Выберите команду **Symbolics** > **Collect** (Символика > Привести подобные).

В результате появится строка с результатом приведения подобных слагаемых (нижняя строка на рис 9).



**Рис. 9.** Приведение подобных слагаемых

Чтобы привести подобные слагаемые с помощью оператора символьного вывода (листинг 6):

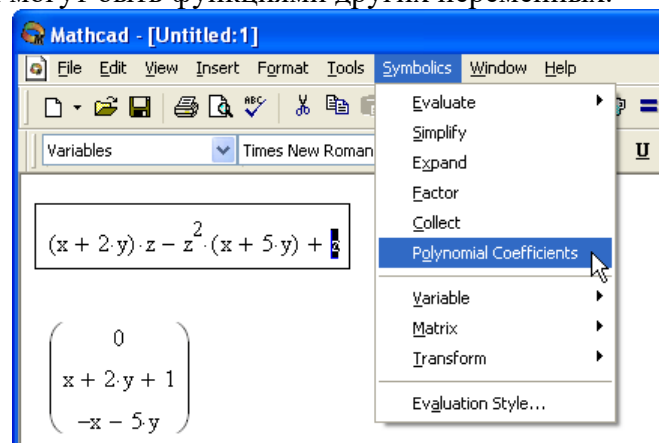
- Введите выражение.
- Нажмите кнопку **Collect** на панели **Symbolic** (Символика)
- Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова **collect** имя переменной, относительно которой требуется привести подобные слагаемые (в первой строке примера из листинга 6 это переменная X, во второй – Y).
- Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .
- Нажмите клавишу **Enter**.

После ключевого слова **collect** допускается задание нескольких переменных через запятую. В этом случае, приведение подобных слагаемых выполняется последовательно по всем переменным.

**Листинг 6.** Приведение подобных слагаемых по разным переменным:

$$\begin{aligned} (x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } x &\rightarrow (z - z^2 \cdot y) \cdot x + 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 - z \\ (x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } y &\rightarrow -5 \cdot z^2 \cdot y^2 + (2 \cdot z - z^2 \cdot x) \cdot y + z \cdot x - z \\ (x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ collect, } z &\rightarrow -z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + (x + 2 \cdot y - 1) \cdot z \end{aligned}$$

Если выражение является полиномом относительно некоторой переменной x, заданным не в обычном виде  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ , а как произведение других, более простых полиномов, то коэффициенты  $a_0 + a_1 + a_2$  легко определяются символьным процессором Mathcad. Коэффициенты сами могут быть функциями других переменных.



**Рис. 10.** Вычисление коэффициентов полинома

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты (**Polynomial Coefficients**) в выражении при помощи меню (рис. 10):

- Введите выражение.

- Выделите в нем имя переменной или выражение, для которого требуется рассчитать полиномиальные коэффициенты (в примере на рис. 10 это переменная  $z$ ).
- Выполните команду **Symbolic > Polynomial Coefficients** (Символика > Коэффициенты полинома).

В результате под выражением появится вектор, состоящий из полиномиальных коэффициентов. Первым элементом вектора является свободный член  $a_0$ , вторым –  $a_1$ , и т. д.

Конкретная задача, требующая вычисления полиномиальных коэффициентов, приведена в разделе, посвященном численному отделению корней полинома (см. разд. "Корни полинома" гл. 8).

Чтобы вычислить полиномиальные коэффициенты с помощью оператора символьного вывода:

- Введите выражение.
- Нажмите кнопку **Coeffs** на панели **Symbolic** (Символика).
- Введите в местозаполнитель после вставленного ключевого слова **coeffs** аргумент полинома.
- Введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$
- Нажмите клавишу **Enter**.

Примеры вычисления коэффициентов полинома приведены в листингах 7 и 8. Листинг 7 показывает расчет коэффициентов для разных аргументов. Последний листинг демонстрирует возможность определения коэффициентов не только для отдельных переменных, но для более сложных выражений, входящих в рассматриваемую формулу в качестве составной части.

**Листинг 7.** Вычисление коэффициентов полинома:

$$\begin{aligned}
 (x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ coeffs}, z &\rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ x + 2 \cdot y + 1 \\ -y \cdot x - 5 \cdot y^2 \end{pmatrix} \\
 (x + 2 \cdot y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5 \cdot y) + z \text{ coeffs}, x &\rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot z \cdot y - 5 \cdot z^2 \cdot y^2 + z \\ z - z^2 \cdot y \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**Листинг 8.** Вычисление полиномиальных коэффициентов для простой переменной и выражения:

$$\begin{aligned}
 (x - 4) \cdot (x - 7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x &\rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ 28 \\ -11 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 (x - 4)^3 + (x - 4) \cdot (x - 7) \cdot x + 99 \text{ coeffs}, x - 4 &\rightarrow \begin{pmatrix} 99 \\ x^2 - 7 \cdot x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Чтобы вычислить символьно конечную или бесконечную сумму или произведение:

- Введите выражение, используя панель **Calculus** (Вычисления) для вставки соответствующих символов суммирования или произведения/ При необходимости

введите в качестве предела ряда символ бесконечности (клавиши **CTRL + SHIFT + Z**).

- В зависимости от желаемого стиля символьных вычислений выберите команду **Symbolics > Simplify** (Символика > Упростить) или введите оператор символьного вывода  $\rightarrow$ .

Примеры численного и символьного вычисления рядов и произведений приведены в листингах 9 и 10.

**Листинг 9.** Символьные и численные расчеты рядов:

$$\sum_{i=0}^{10} 2^i = 2.047 \times 10^3 \quad \sum_{i=0}^{10} 2^i \rightarrow 2047$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} a^i \rightarrow \frac{-1}{a-1}$$

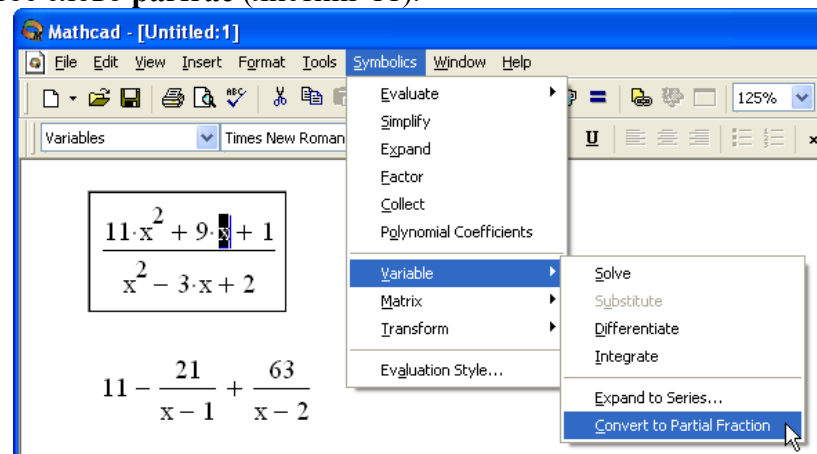
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2} \cdot x\right) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{2}\right) = 1.649$$

$$\sum_{n=0}^{100} \frac{1^n}{2^n \cdot n!} = 1.649$$

**Листинг 10.** Символьный расчет произведения:

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 1} \rightarrow 0 \quad \prod_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \rightarrow \infty$$

Чтобы разложить сложную дробь на более простые дроби (**Convert to Partial Fractions**), следует либо выполнить команду **Symbolics > Variable > Convert to Partial Fractions** (Символика > Переменная > Разложить на элементарные дроби) (рис. 11), либо указать ключевое слово **parfrac** (листинг 11).



**Рис. 11.** Разложение сложной дроби на элементарные дроби

Применяя первый способ (меню), не забывайте перед выбором его команды выделить переменную, по которой будет производиться разложение, а если используется второй способ (с оператором символьного вывода), то имя переменной следует указать после ключевого слова **parfrac**. В общем, последовательность действий при разложении на дроби та же самая, что и обычно (см., например, разд. 5.2.4).

**Листинг 11.** Разложение на элементарные дроби:

$$\frac{11 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 1}{x^2 - 3 \cdot x + 2} \text{ convert, parfrac, x } \rightarrow 11 - \frac{21}{x - 1} + \frac{63}{x - 2}$$

Помня о том, что большинство операций и встроенных функций осуществляются над матрицами точно так же, как над обычными числами, к матричным вычислениям можно применять рассмотренную выше команду упрощения (**Simplify**) из меню символьных вычислений.

Кроме того, имеется ряд специфичных матричных операций, которые можно организовать либо с помощью пункта меню **Symbolics** > **Matrix** (Символика > Матрица), либо с помощью нескольких кнопок на панели **Symbolic** (Символика), относящихся к матрицам (см рис. 2). Это следующие матричные операции.

- **Transpose** (Транспонирование);
- **Invert** (Обратная матрица);
- **Determinant** (Определитель).

Выполняются действия с матрицами в той же последовательности, что и рассмотренные символьные операции со скалярными переменными. Перед их применением не забывайте выделить в выражении матрицу, к которой будет относиться операция.

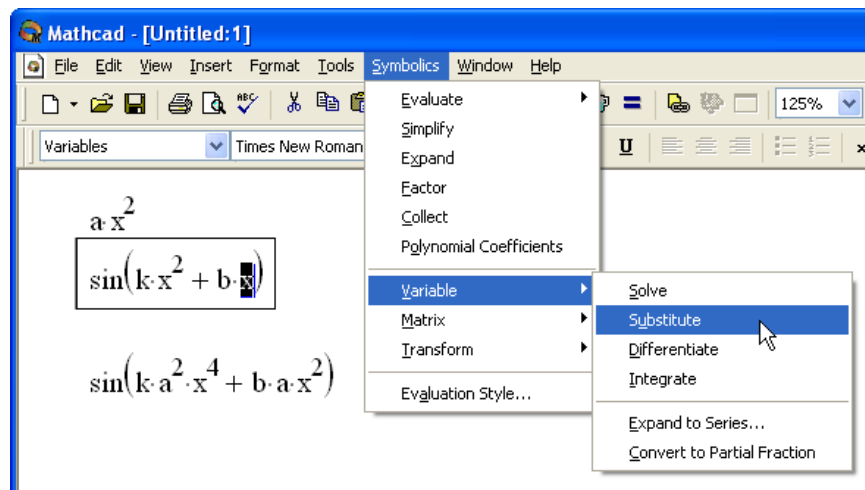
Очень удобная возможность символьных вычислений – это операция подстановки значения переменной в выражение (**Substitute**).

При помощи меню подстановка производится следующим образом (рис. 12):

- Выделите значение переменной, которое необходимо подставить в некоторое выражение. Значение переменной может быть любым выражением относительно любых переменных (на рис. 12 в качестве подстановки взята самая первая строка документа).
- Скопируйте значение переменной в буфер обмена, например, нажатием, клавиш **CTRL + C** или кнопки **Copy** (Копировать) на панели инструментов **Standard** (Стандартная).
- Выделите в выражении, в которое требуется подставить значение из буфера обмена, переменную, которая будет заменяться (во второй строке на рис. 12 выделена переменная  $x$ ).
- Выполните команду **Symbolics** > **Variable** > **Substitute** (Символика > Переменная > Подставить).

Результат этих действий иллюстрируется нижней строкой в документе на рис. 12.





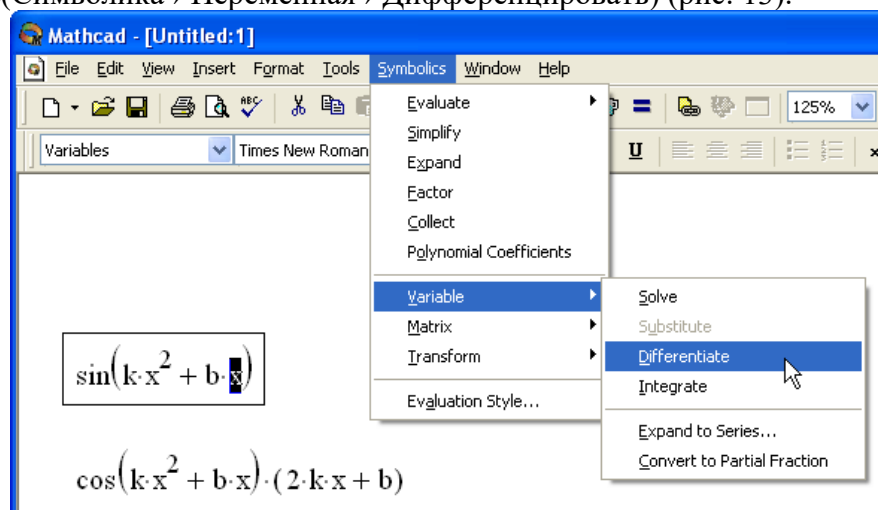
**Рис. 12.** Подстановка значения переменной

Для осуществления той же операции в совокупности с оператором символьного вывода используйте ключевое слово **substitute**, которое вставляется в документ одноименной кнопкой на панели **Symbolic** (Символика). После ключевого слова **substitute** необходимо ввести в местозаполнители логическое выражение, показывающее, какую именно переменную какой формулой следует заменить (листинг 5.12).

**Листинг 12.** Подстановка значения переменной:

$$\sin(kx^2 + bx) \text{ substitute, } k = ax^2 \rightarrow \sin(ax^4 + bx)$$

Чтобы аналитически продифференцировать выражение по некоторой переменной, выделите в нем эту переменную и выберите команду **Symbolics > Variable > Differentiate** (Символика > Переменная > Дифференцировать) (рис. 13).



**Рис. 13.** Дифференцирование по переменной

В результате в следующей строке за выражением появится значение ее производной. Для того чтобы найти вторую производную, повторно примените эту последовательность действий, но уже к полученному результату дифференцирования. Так же находятся и производные высших порядков.

Для вычисления неопределенного интеграла от некоторого выражения по определенной переменной выделите в выражении переменную и выполните команду **Symbolics > Variable > Integrate** (Символика > Переменная > Интегрировать) (рис. 14). Вычисленное аналитическое представление неопределенного интеграла появится ниже.

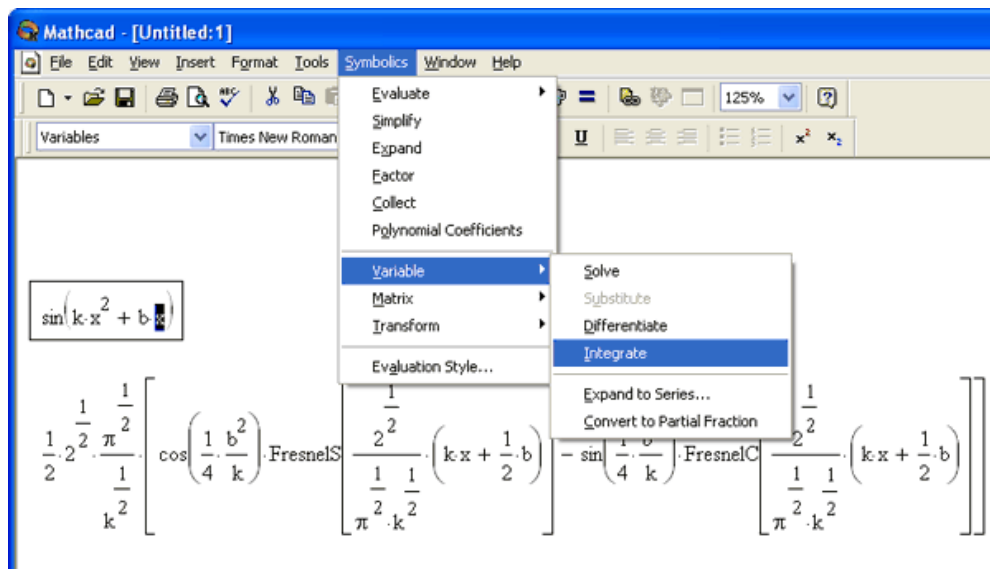


Рис. 14. Интегрирование (Integrate) по переменной

С помощью символьного процессора можно вычислить аналитически значение переменной, при котором выражение обращается в ноль. Для этого:

- Введите выражение.
- Выделите переменную, относительно которой будет решаться уравнение, приравняющее выражение к нулю.
- Выберите в меню **Symbolics** (Символика) пункт **Variable** > **Solve** (Переменная > Решить) (рис. 19).

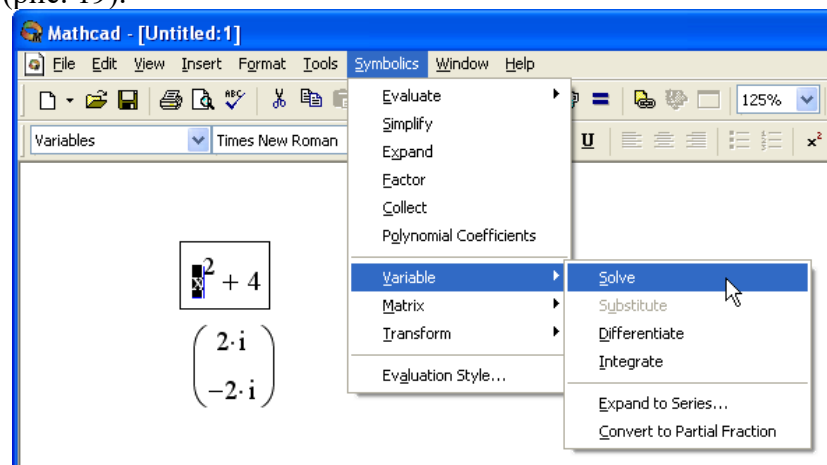


Рис.19. Символьное решение уравнения

С помощью символьного процессора Mathcad возможно получить разложение выражения в ряд Тейлора по любой переменной  $x$  в точке  $x=0$ , т. е. представить выражение в окрестности точки  $x$  суммой вида  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$

Здесь  $a_i$  – некоторые коэффициенты, не зависящие от  $x$ , но, возможно, являющиеся функциями других переменных, входящих в исходное выражение.

Чтобы разложить выражение в ряд (**Expand to Series**):

- Введите выражение.
- Выделите значение переменной, по которой требуется получить разложение в ряд.
- Выполните команду **Symbolics** > **Variable** > **Expand to Series** (Символика > Переменная > Разложить в ряд) (рис. 15).
- В появившемся диалоговом окне (рис 16) введите желаемый порядок аппроксимации (**Order of Approximation**) и нажмите кнопку **OK**.

Не забывайте, что разложение строится только в точке  $x=0$ . Чтобы получить разложение в другой точке  $x=a$ , можно, к примеру, подставить вместо переменной  $x$  значение  $x-a$ .

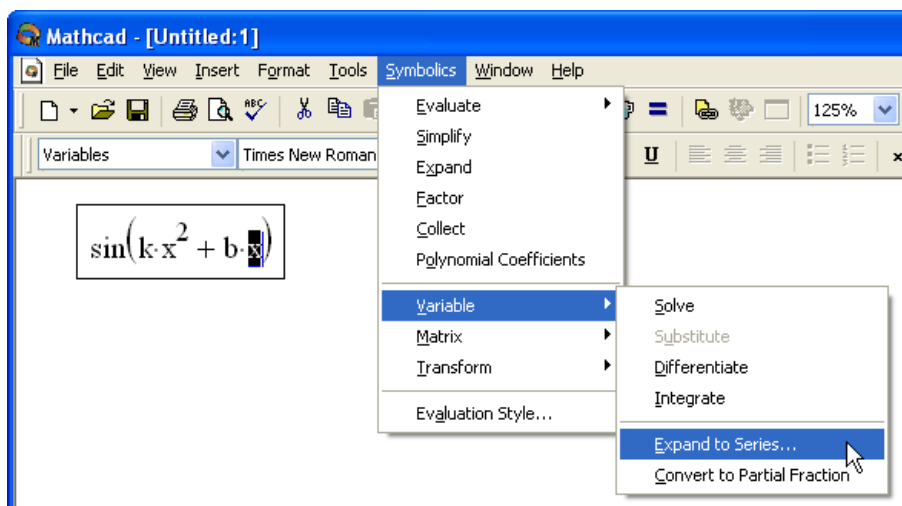


Рис. 15. Подготовка выражения для разложения в ряд по переменной  $x$

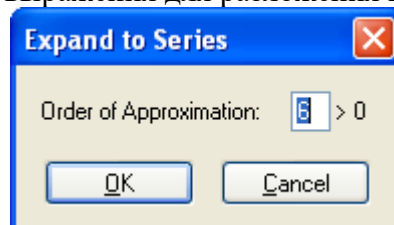


Рис. 16. Разложение в ряд Тейлора

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x)$$

$$b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 + \frac{-1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4 + \left( \frac{1}{120} \cdot b^5 - \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot b \right) \cdot x^5 + O(x^6)$$

Рис. 17. Результат разложения в ряд Тейлора

Для разложения в ряд альтернативным способом, с помощью оператора символьного вывода, используйте ключевое слово **series**, вставляя его одноименной кнопкой панели **Symbolic** (Символика). После ключевого слова **series**, через запятую, указывается имя переменной, по которой производится разложение, и порядок аппроксимации (листинги 13. и 14.). Сравнение функции и ее разложений в ряды с разными порядками аппроксимации (для  $k=b=i$ ) иллюстрируется рис 18. Видно, что разложение в ряд хорошо работает в окрестности точки  $x=0$ , а по мере удаления от нее все сильнее и сильнее отличается от функции.

**Листинг 13.** Разложение выражения в ряд с разным порядком аппроксимации:

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series } , x, 2 \rightarrow b \cdot x$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series } , x, 3 \rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series } , x, 4 \rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3$$

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series } , x, 5 \rightarrow b \cdot x + k \cdot x^2 + \frac{-1}{6} \cdot b^3 \cdot x^3 + \frac{-1}{2} \cdot k \cdot b^2 \cdot x^4$$

**Листинг 14.**Разложение выражения в ряд по разным переменным:

$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } k, 3 \rightarrow \sin(b \cdot x) + \cos(b \cdot x) \cdot x^2 \cdot k + \frac{-1}{2} \cdot \sin(b \cdot x) \cdot x^4 \cdot k^2$$

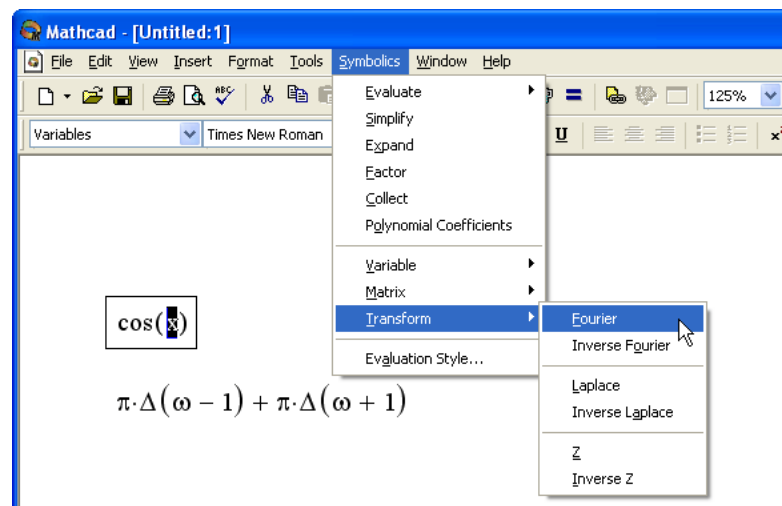
$$\sin(k \cdot x^2 + b \cdot x) \text{ series, } b, 3 \rightarrow \sin(k \cdot x^2) + \cos(k \cdot x^2) \cdot x \cdot b + \frac{-1}{2} \cdot \sin(k \cdot x^2) \cdot x^2 \cdot b^2$$

Символьный процессор Mathcad позволяет осуществлять три вида интегральных преобразований функций – преобразование Фурье, Лапласа и Z-преобразование. Наряду с прямыми преобразованиями, имеется возможность совершать любое из этих трех обратных преобразований, т. е.  $F(w) \rightarrow f(x)$ .

Выполняются все символьные интегральные преобразования аналогично уже рассмотренным операциям. Для вычисления преобразования выражения выделяется переменная, по которой будет осуществляться преобразование, и затем выбирается соответствующий пункт меню. Преобразования с применением оператора символьного вывода используются с одним из соответствующих ключевых слов, вслед за которым требуется указать имя нужной переменной.

### Преобразование Фурье (Fourier)

Преобразование Фурье представляет функцию  $f(x)$  в виде интеграла по гармоническим функциям, называемого интегралом Фурье:



**Рис. 20.** Расчет Фурье-преобразования при помощи меню

Аналитический расчет преобразования Фурье при помощи меню показан на рис. 20. В листинге 15 приведены два примера вычисления прямого преобразования Фурье с применением ключевого слова **fourier** и оператора символьного вывода. Листингом 16 иллюстрируется обратное преобразование Фурье одной из функций предыдущего листинга.

**Листинг 5.15.** Прямое преобразование Фурье:

$$\cos(x) \text{ fourier, } x \rightarrow \pi \cdot \Delta(\omega - 1) + \pi \cdot \Delta(\omega + 1)$$

$$x^2 + 4 \text{ fourier, } x \rightarrow -2 \cdot \pi \cdot \Delta(2, \omega) + 8 \cdot \pi \cdot \Delta(\omega)$$

**Листинг 5.16.** Обратное преобразование:

$$-2 \cdot \pi \cdot \Delta(2, \omega) + 8 \cdot \pi \cdot \Delta(\omega) + 8 \cdot \pi \cdot \text{Dirac}(\omega) \text{ invfourier}$$

## Преобразование Лапласа (Laplace)

Рассчитывается преобразование Лапласа совершенно аналогично Фурье-преобразованию (см. предыдущий раздел). Примеры преобразования Лапласа приведены в листинге 17.

**Листинг 17.** Прямое и обратное преобразование Лапласа:

$$\begin{aligned}x^2 + 4 \text{ laplace}, x &\rightarrow \frac{2}{s^3} + \frac{4}{s} \\ \frac{2}{s^3} + \frac{4}{s} \text{ invlaplace}, s &\rightarrow t^2 + 4\end{aligned}$$

## Z-преобразование (Z)

Пример Z-преобразования приведен в листинге 18.

**Листинг 18.** Прямое и обратное Z-преобразование:

$$\begin{aligned}x^2 + 4 \text{ ztrans}, x &\rightarrow z \cdot \frac{-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2}{(z - 1)^3} \\ z \cdot \frac{-7 \cdot z + 5 + 4 \cdot z^2}{(z - 1)^3} \text{ invztrans}, z &\rightarrow 4 + n^2\end{aligned}$$

При проведении символьных вычислений с оператором символьного вывода функции пользователя и переменные, определенные ранее в документе Mathcad, воспринимаются символьным процессором корректно. Таким образом, имеется мощный аппарат включения символьных расчетов в программы пользователя. Примеры применения функции пользователя приведены в листингах 19 и 20.

Сравните последние строчки этих листингов. Несмотря на их идентичность слева от знака символьного вывода, полученные результаты отличаются. Это связано с тем, что в листинге 20 предварительно переменной  $x$  присвоено значение 4. Поскольку значения переменных влияют на символьные вычисления, то результат учитывает подстановку вместо  $x$  числа 4.

**Листинг 19.** Функция пользователя в символьных вычислениях:

$$\begin{aligned}f(k, x) &:= \cos(k \cdot x) + 4 \cdot x^{2-k} \\ f(k, x) \text{ substitute}, k = \sqrt{x} &\rightarrow \cos\left(x^{\frac{3}{2}}\right) + 4 \cdot x^{2-x^{\frac{1}{2}}} \\ f(k, x) \text{ series}, k, 2 &\rightarrow 1 + 4 \cdot x^2 + -4 \cdot x^2 \cdot \ln(x) \cdot k\end{aligned}$$

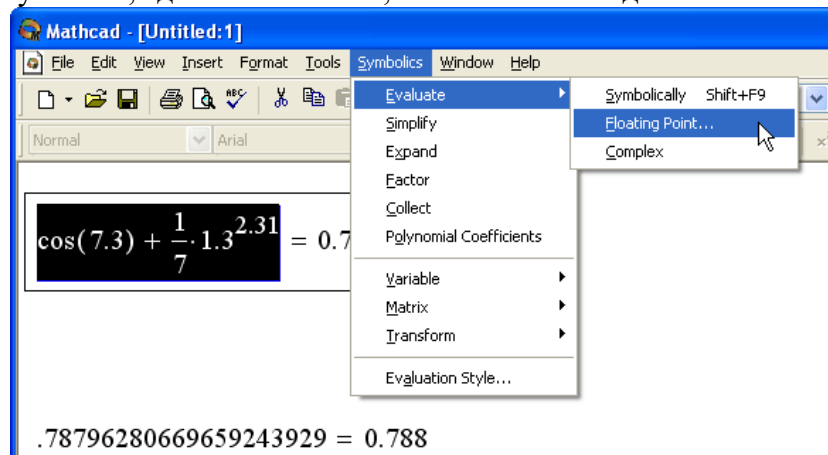
**Листинг 20.** Значения переменных влияет на результат символьных вычислений:

$$\begin{aligned}f(k, x) &:= \cos(k \cdot x) + 4 \cdot x^{2-k} \\ x &:= 4 \\ f(k, x) \text{ series}, k, 2 &\rightarrow 65 - 64 \cdot \ln(4) \cdot k\end{aligned}$$

Напротив, при осуществлении символьных операций через меню **Symbolics** (Символика), символьный процессор "не видит" ничего, кроме выражения, в пределах

которого находятся линии ввода. Поэтому ни функции пользователя, ни предварительно определенные значения каких-либо переменных никак не влияют на вычисления.

С помощью символьного процессора можно рассчитать численное значение выражения (действительное или комплексное). Иногда такой путь представляется более удобным, чем применение численного процессора (т. е. знака обычного равенства). Чтобы рассчитать значение некоторого выражения (рис. 21), выберите команду **Symbolics** > **Evaluate** > **Symbolically** (Символика > Вычислить > Символьно), либо пункт **Symbolics** > **Evaluate** > **Floating Point** (Символика > Вычислить > С плавающей точкой). В последнем случае Вам будет предложено с помощью диалога **Floating Point Evaluation** (Вычисления с плавающей точкой) задать точность вывода. В итоге применения данных команд Mathcad заменяет символьные результаты, где это возможно, значениями в виде чисел с плавающей точкой.



**Рис. 21.** Вычисление выражения с плавающей точкой

Еще один пункт меню **Symbolics** > **Evaluate** > **Complex** (Символика > Вычислить > Комплексно) позволяет представить выражение в виде  $a+bi$ .

Аналогичные по действию ключевые слова **float** и **complex** можно использовать в документах, вводя их с панели **Symbolic** (Символика). Ключевое слово **float** применяется вместе со значением точности вывода результата с плавающей точкой (листинг 21). С помощью слова **complex** можно преобразовывать выражения как в символьном виде, так и с учетом численных значений, если они были ранее присвоены переменным (несколько примеров приведено в листинге 22).

**Листинг 21.** Вычисление выражения с плавающей точкой:

```

x := 3      k := 2.4
cos(k·x) + 4·x2-k float,3 → 3.19
cos(k·x) + 4·x2-k float,10 → 3.185927374
cos(k·x) + 4·x2-k float,20 → 3.1859273744412716730

```

**Листинг 22.** Комплексные преобразования выражения:

```

ez+2i complex → exp(z)·cos(2) + i·exp(z)·sin(2)
4.2·2i1.8-3i complex → 1193.4523970930846183 + 1107.3477730509390980·i
x := i
4·x3 complex → -4·i
4·x3.1 complex → .62573786016092347604 - 3.9507533623805509048·i

```